

УДК 519.63

Априорные оценки точности метода Галеркина с разрывными функциями для двумерных параболических задач

Р. В. Жалнин¹, В. Ф. Масыгин¹, Е. Е. Пескова¹, В. Ф. Тишкин²
ФГБОУ ВО "МГУ им. Н. П. Огарёва"¹, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН²

В настоящее время для решения уравнений диффузионного типа широко применяется метод Галеркина с разрывными базисными функциями или Discontinuous Galerkin Method (DGM) [1], который характеризуется высоким порядком точности получаемого решения [2,3]. Данная работа посвящена решению уравнений диффузионного типа на неструктурированных треугольных разнесенных сетках методом Галеркина с разрывными базисными функциями, в котором аппроксимация решения в пределах ячейки сетки находится в виде полиномов степени s с зависящими от времени коэффициентами [4,5].

В работе исследуется предложенная авторами новая проекционная сеточная схема на основе LDG на неструктурированных разнесенных сетках [7,8]. Для нахождения потоков через грани ячеек используются стабилизирующие добавки [9]. В применении к решению двумерных параболических задач метод DGM исследован в работах Pany and Yadav [10], Song and Zhang [11]. Данная работа является развитием и обобщением работы [12] для двумерного случая. Приводятся априорные оценки аппроксимации методом Галеркина с разрывными базисными функциями уравнений параболического типа на разнесенных неструктурированных треугольных сетках.

Литература

1. Cockburn B. An Introduction to the Discontinuous Galerkin Method for Convection - Dominated Problems // Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations Lecture Notes in Mathematics. 1998. Vol. 1697. P. 151-268.
2. Ладонкина М. Е., Неклюдова О. А., Тишкин В. Ф. Исследование влияния лимитера на порядок точности решения разрывным методом Галеркина // Препринт № 34, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва. 2012.
3. Krivodonova L. Limiters for high-order discontinuous Galerkin methods // Journal of Computational Physics. 2007. Vol. 226. P. 879-896.
4. Bassi F., Rebay S. A High-Order Accurate Discontinuous Finite Element Method for the Numerical Solution of the Compressible Navier-Stokes Equations // Journal of Computational Physics. 1997. Vol. 131. P. 267-279.
5. Волков А. В. Метод численного исследования обтекания пространственных конфигураций путем решения уравнений Навье-Стокса на основе схем высокого порядка точности // дис. ... докт. физ.-мат. наук, Москва. 2010.
6. Жалнин Р. В., Ладонкина М. Е., Масыгин В. Ф., Тишкин В. Ф. Решение задач о нестационарной фильтрации вещества с помощью разрывного метода Галеркина на неструктурированных сетках // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 6. С. 267-279.

7. Жалнин Р. В., Ладонкина М. Е., Масыгин В. Ф., Тишкин В. Ф. Решение задач о нестационарной фильтрации вещества с помощью разрывного метода Галеркина на неструктурированных сетках // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки». 2015. Т. 19. № 3. С. 523-533.
8. Жалнин Р. В., Ладонкина М. Е., Масыгин В. Ф., Тишкин В. Ф. Решение задач о нестационарной фильтрации вещества с помощью разрывного метода Галеркина на неструктурированных сетках // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки». 2015. Т. 19. № 3. С. 523-533.
9. Arnold D. N., Brezzi F., Cockburn B., Marini L. D. Unified analysis of discontinuous Galerkin methods for elliptic problems // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2002. Vol. 29. P. 1749-1779.
10. Pani A. K., Yadav S. An hp-Local Discontinuous Galerkin method for Parabolic Integro-Differential Equations // Journal of Scientific Computing. 2011. Vol. 46. Issue 1. P. 71-99.
11. Song L., Zhang S. Symmetric interior penalty Galerkin approaches for two-dimensional parabolic interface problems with low regularity solutions // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2018. Vol. 330. P. 356-379.
12. Жалнин Р. В., Масыгин В. Ф., Пескова Е. Е. Априорные оценки решения однородной краевой задачи для уравнений параболического типа методом Галеркина с разрывными базисными функциями на разнесенных сетках // Вестник Мордовского университета. 2017. Т. 27. № 4. С. 490-503.

MSC 65N30

A priori estimates of the accuracy of the Galerkin method with discontinuous functions for two-dimensional parabolic problems

R. V. Zhalnin¹, V. F. Masyagin¹, E. E. Peskova¹, V. F. Tishkin²

National Research Mordovia State University¹,
Keldysh Institute of Applied Mathematics²