

УДК 532.5

## Математическая модель вращательно-колебательного движения цилиндрического пористого тела в вязкой жидкости

А.В. Бикеев<sup>1</sup>

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет  
им. Н.П. Огарёва<sup>1</sup>

Изучение движения твердых тел, как сплошных, так и пористых в вязкой жидкости имеет как самостоятельный научный интерес, так и в связи с разнообразными приложениями в технологических процессах, а также при изучении природных явлений.

В работе построена математическая модель влияния вращательно-колебательного движения пористого цилиндра, погруженного в вязкую жидкость, на течение этой жидкости, неподвижной на бесконечности. Пористая среда цилиндра предполагается недеформируемой, однородной и изотропной. Предполагается также, что пористая среда имеет достаточно большую пористость и высокую проницаемость. При таких свойствах пористой среды в ней могут возникать колебательные движения жидкости, в которых скорость жидкости будет заметно отличаться от скорости пористой среды.

Для описания движения жидкости в пористой среде используется уравнение Бринкмана, в котором добавлено слагаемое, учитывающее движение пористой среды. Для описания движения жидкости вне цилиндра используется уравнение Навье-Стокса. Задача решается в цилиндрической системе координат, ось которой направлена по оси пористого цилиндра. Частицы жидкости внутри и вне цилиндра будут двигаться по окружностям с центрами на оси вращения, совпадающей с осью цилиндра. Вследствие осевой симметрии относительно оси вращения градиент давления в касательном к этим окружностям направлении будет равен нулю.

На поверхности цилиндра записываются два граничных условия: условие непрерывности скорости и условие для скачка напряжений.

Уравнения движения внутри и вне цилиндра и граничные условия записываются в безразмерном виде. Уравнения в частных производных после некоторых преобразований приводятся к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений Бесселя. Решения этих уравнений выражаются через функции Бесселя 1-го и 2-го рода.

Эти решения позволяют определить поля скоростей жидкости внутри и вне пористого цилиндра.

В частном случае, когда проницаемость пористой среды стремится к нулю, из полученного в данной работе решения получается решение, приведенное в известной монографии: Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц «Гидродинамика».

В работе получены и приведены на графиках зависимости внутренней и внешней скоростей жидкости от радиальной цилиндрической координаты в данный момент времени (вследствие нестационарности движения жидкости поле скоростей изменяется со временем).

Показано, что в общем случае как внутри пористого цилиндра, так и вне него имеются слои со встречными направлениями скоростей. На поверхностях раздела этих слоев скорость жидкости обращается в нуль.

Полученные поля скоростей жидкости показывают существование внутренних поперечных волн внутри и вне цилиндра. В таких волнах скорость жидкости перпендикулярна направлению распределения волны. Вне цилиндра такие волны являются затухающими: их

амплитуда уменьшается по мере удаления от создающей их поверхности цилиндра.

Автор благодарит профессора Н. Г. Тактарова за постановку задачи и руководство работой.

## Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2006. 736 с.

MSC 76S99

# The mathematical model of a rotating-oscillatory motion of the porous cylindrical body in the viscous fluid

A.V. Bikeev <sup>1</sup>

National Research Ogarev Mordovia State University <sup>1</sup>